Grandeurs et Mesure *Cycle 3*

Formation de Circonscription

DUNKERQUE GRAVELINES

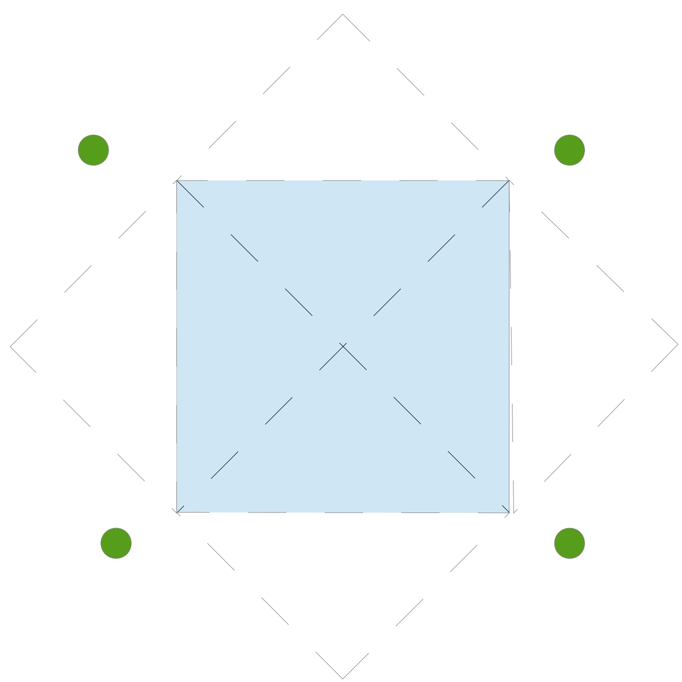
20 et 27 novembre 2019

Les grandeurs et la mesure de ces grandeurs.

13h34 13h37

Grandeurs et Mesure *Cycle 3*

Un architecte veut construire une maison qui sera deux fois plus grande que celle qui est déjà construite de plein pied. Il veut conserver une maison carré et garder les 4 arbres centenaires (sans les déterrer) qui doivent toujours rester en dehors de la maison. La nouvelle maison reste un plein pied.



Il fallait découper et partager le carré selon ses diagonales. On obtenait ainsi 4 fois le quart du carré. Il était donc possible de construite un carré dont l'aire est deux fois plus grande que celle du carré de départ.

Grandeurs et Mesure *Cycle 3*

Formation de Circonscription

DUNKERQUE GRAVELINES

DEFINITION D'UNE GRANDEUR

Caractéristique ou propriété d’un objet mathématique (les formes) ou physique (objets usuels) qui peut être mesurée ou calculée et qui s’exprime souvent accompagnée d’une unité de mesure.

Grandeurs et Mesure *Cycle 3*

Attendus de fin de cycle

Comparer des grandeurs géométriques

Estimer des grandeurs géométriques

Mesurer des grandeurs géométriques

avec des nombres entiers et des nombres décimaux

longueurs (périmètre)

surfaces (aire)

objets 3D (volume)

- Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs.

Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux

13h39 13h40

Grandeurs et Mesure *Cycle 3*

Mise en situation
évaluer une minute

Grandeurs et Mesure *Cycle 3*

Formation de Circonscription

En 2017, évaluations de tous les élèves en début de 6e (Français/Maths)

810 000 élèves

7000 établissements

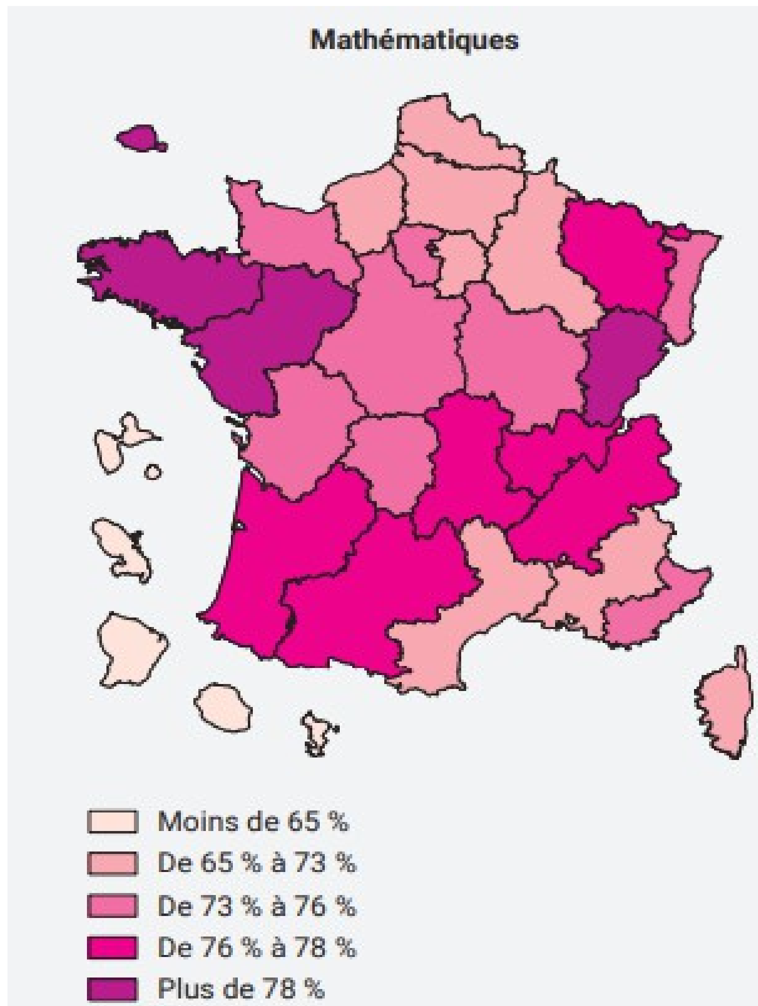
En mathématiques , un peu plus de sept élèves sur dix ont une maîtrise satisfaisante ou très bonne des connaissances et des compétences évaluées en début de sixième (plus de huit élèves sur dix en français)

13h41 13h42

Grandeurs et Mesure *Cycle 3*

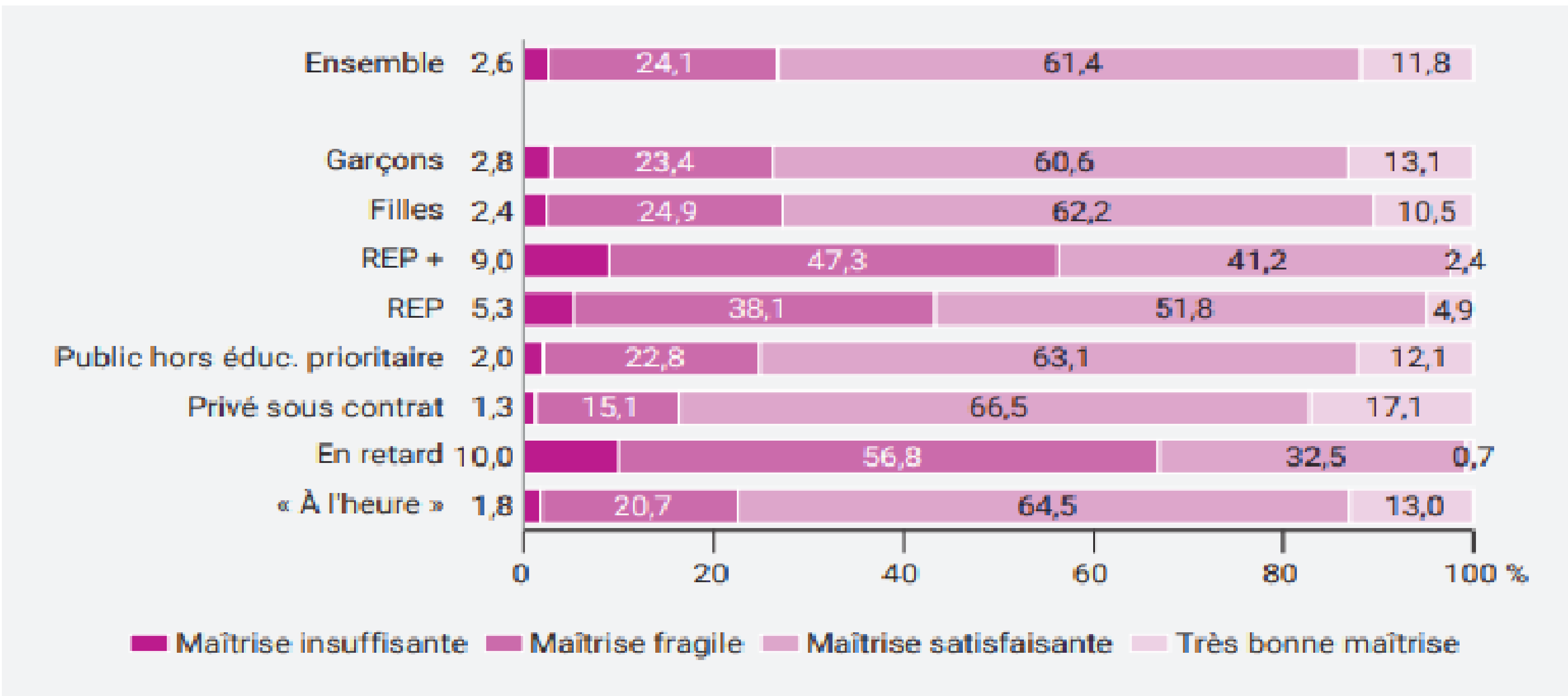
Formation de Circonscription

Proportion d'élèves présentant une maîtrise satisfaisante ou très bonne en mathématiques selon l'académie



Grandeurs et Mesure *Cycle 3*

Maîtrise des connaissances et des compétences en mathématiques



Lecture : 61,4 % des élèves de sixième ont une maîtrise satisfaisante des connaissances et compétences en mathématiques.
Champ : France métropolitaine + DOM, Public + Privé sous contrat.
Source : évaluation exhaustive de début de sixième, novembre 2017, MEN-DEPP.

Réf. : *Note d'Information*, n° 18.19. © DEPP

En retard : 6e générales, Segpa et classes spécifiques

« A l'heure » aucun retard scolaire

13h44 13h46

Grandeurs et Mesure *Cycle 3*

Formation de Circonscription

DUNKERQUE GRAVELINES

Performance et niveau social

Académie	Indice moyen de position sociale		Score moyen en mathématiques		Score moyen en mathématiques des élèves des 20% des collèges les moins favorisés		Score moyen en mathématiques des élèves des 20% des collèges les plus favorisés	
Lille	96	-8	248	-2	235	+ 8	275	+ 4
National	**104**		**250**		**227**		**271**	

Champ : France métropolitaine + DOM , Public + Privé sous contrat.

Source : évaluation exhaustive de début de sixième, novembre 2017, MEN-DEPP.

Réf. : *Note d'information*, n° 18.19 © DEPP éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation CYCLES 2 3 4

13h46
13h48

MATHÉMATIQUES

Grandeurs et mesures

Progressivité des apprentissages

Les apprentissages se construisent progressivement tout au long des quatre cycles de l'école et du collège

- Au cycle 1, les élèves constituent des collections de taille donnée et déterminent des tailles de collections dès la petite section. Par des observations, des comparaisons directes et des tris, les élèves sont amenés à distinguer certaines grandeurs : longueur, masse ou contenance

13h48
13h50

éduscol Informer et accompagner les professionnels de l'éducation
CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

Grandeurs et mesures

Progressivité des apprentissages

- **Au cycle 2**, les élèves travaillent sur les grandeurs suivantes : taille des collections (nombre cardinal), longueur, masse, capacité, durée, prix. Il s'agit de prendre conscience qu'un objet peut être considéré selon plusieurs grandeurs : sa longueur, sa masse, sa contenance, etc. Quelques unités usuelles sont progressivement introduites, elles prennent sens en invitant les élèves à déterminer des mesures par report et comptage d'unités élémentaires, puis à l'aide d'instruments simples comme la règle graduée, mais aussi en leur faisant estimer des mesures de grandeurs. Les élèves commencent à se constituer un répertoire de mesures de certaines grandeurs auxquelles ils peuvent se référer pour estimer d'autres mesures.

éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation — CYCLES 2 3 4

13h50
13h52

MATHÉMATIQUES

Grandeurs et mesures

Progressivité des apprentissages

- **Au cycle 3**, en plus de la poursuite du travail sur les grandeurs rencontrées au cycle 2, s'ajoutent les grandeurs aire, volume et angle, et des unités de mesure associées sont progressivement introduites. Les préfixes utilisés pour les unités (de milli- à kilo-) doivent être connus des élèves en fin de cycle. L'utilisation de ces préfixes permet, tout au long du cycle, de renforcer le travail sur les nombres entiers et décimaux. L'utilisation des nombres et des opérations arithmétiques permet de résoudre des problèmes impliquant les grandeurs étudiées. Des formules pour calculer des mesures de grandeurs sont progressivement établies et régulièrement utilisées (aire du rectangle, longueur du cercle, volume du pavé droit, etc.).

13h52
13h54

Stratégies d'enseignement

Le travail mené doit en priorité s'appuyer sur la manipulation d'objets réels pour « percevoir » les différentes grandeurs étudiées :

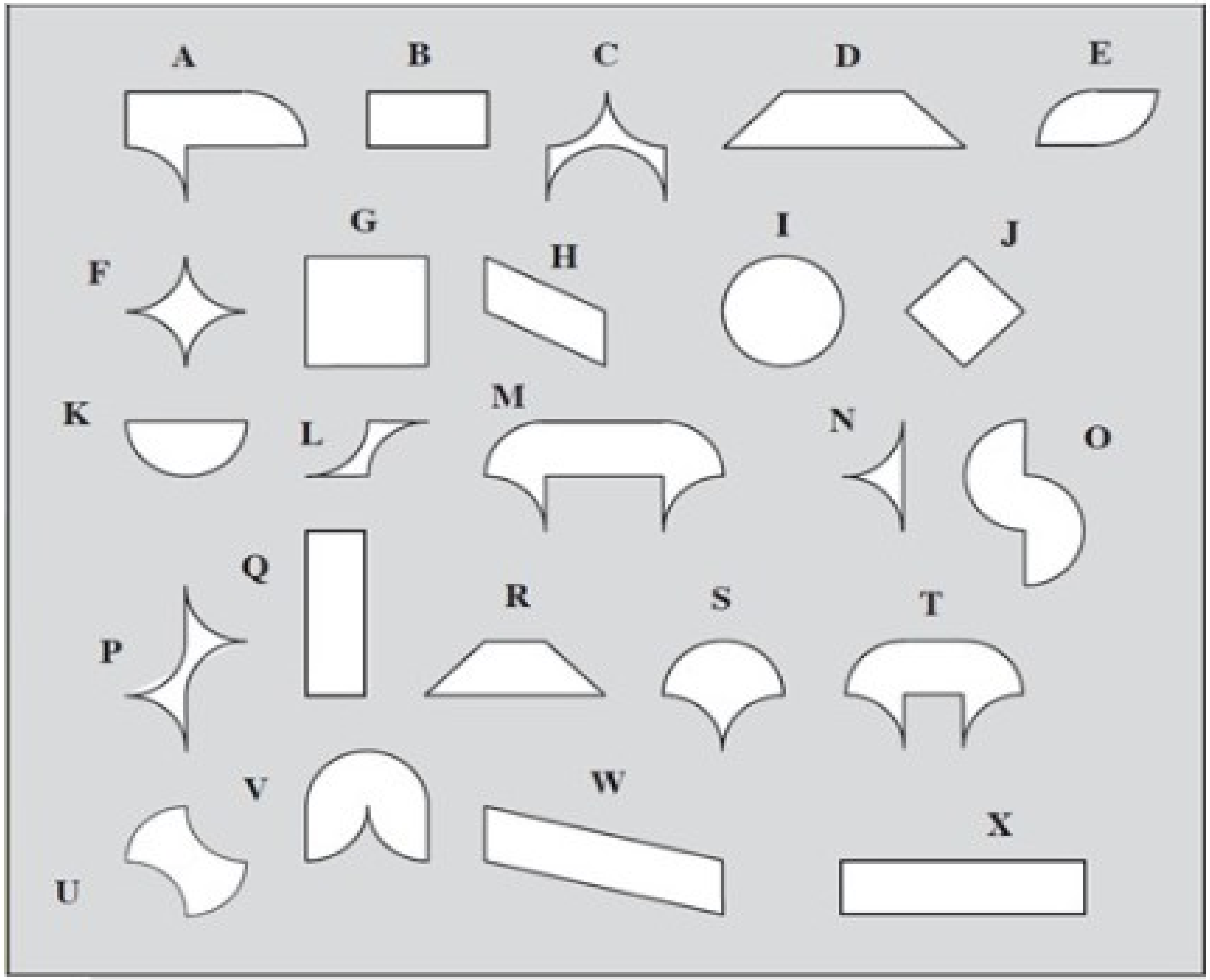
- baguettes, ficelles ou encore bandelettes de papier donnent du sens à la notion de longueur ;

- les objets du quotidien de l'élève (crayon, trousse, manuel, cartable, etc.) ou de la vie courante (téléphone portable, paquet de céréales, paquet de sucre, bouteille d'eau, lot de six bouteilles d'eau, voiture, etc.) peuvent aider à donner du sens à la notion de masse, en particulier en manipulant des matériaux de densités différentes et donc permettant de bien dissocier masse et volume : le paquet de céréales a un volume supérieur à celui de la bouteille d'un demi litre, mais sa masse est inférieure ;

13h54
13h56

Comparer et ordonner des grandeurs

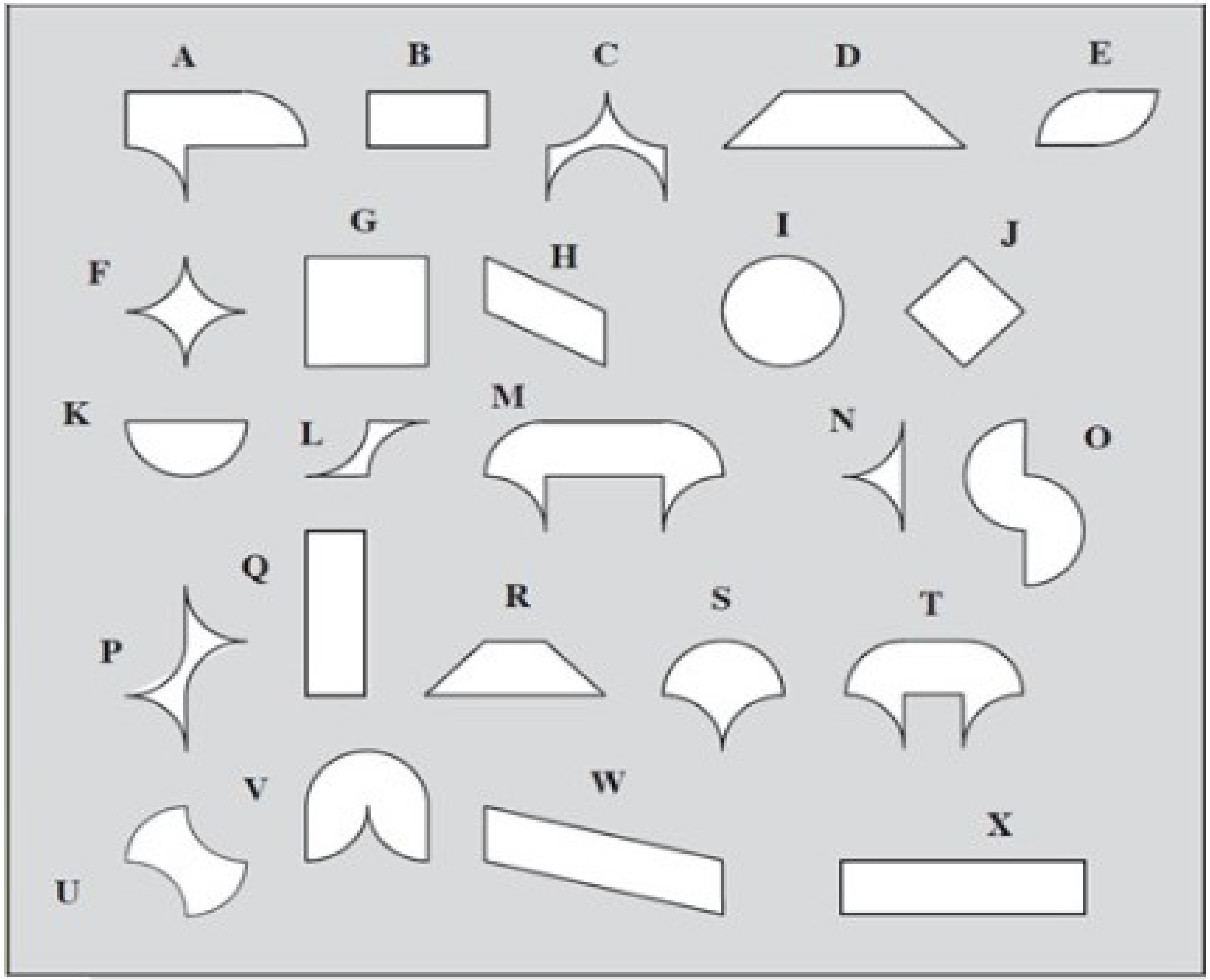
Ranger ces **surfaces de la plus étendue à la moins étendue.**



13h56
13h58

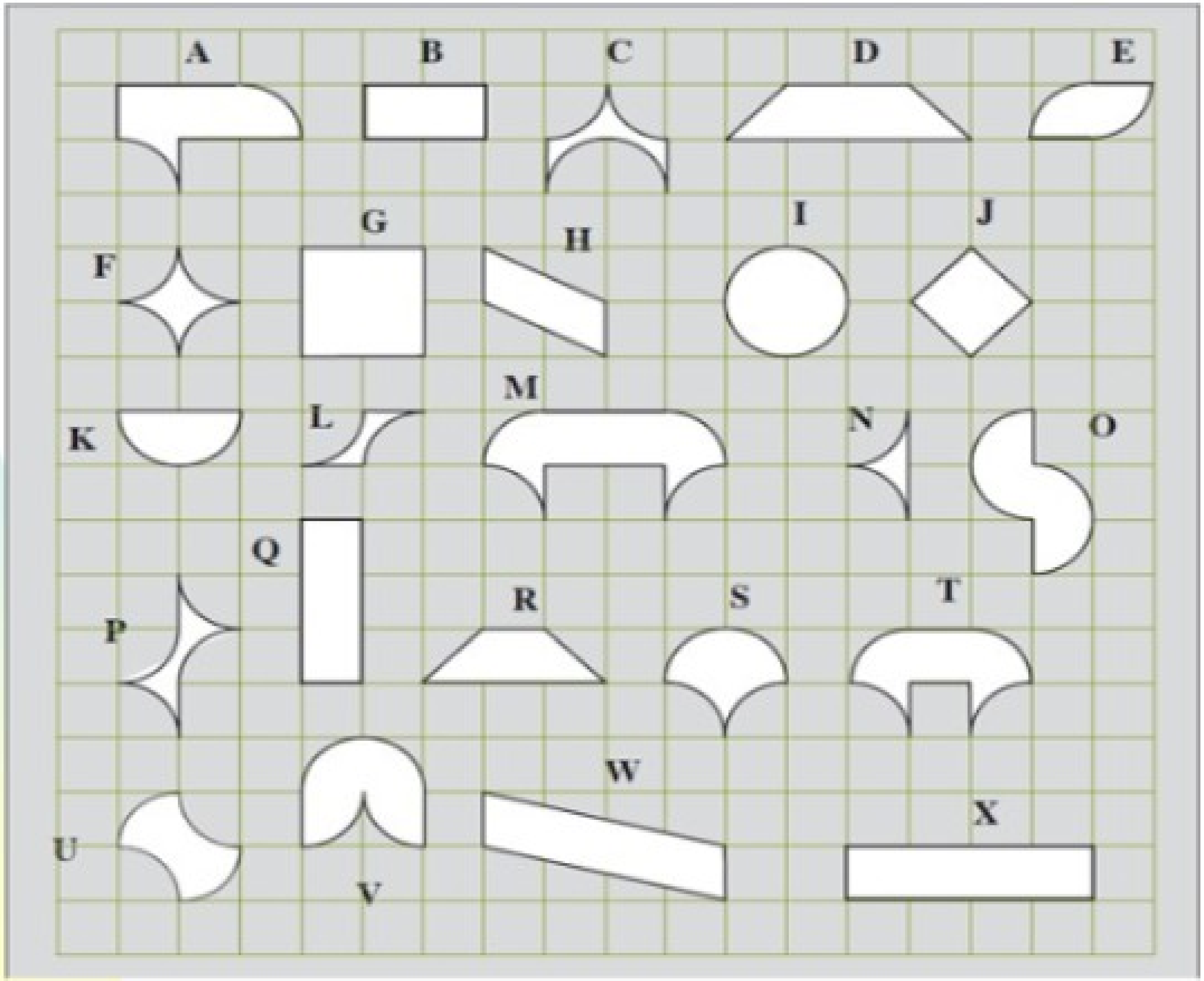
Comparer et ordonner des grandeurs

Ranger ces **surfaces de la plus étendue à la moins étendue.**

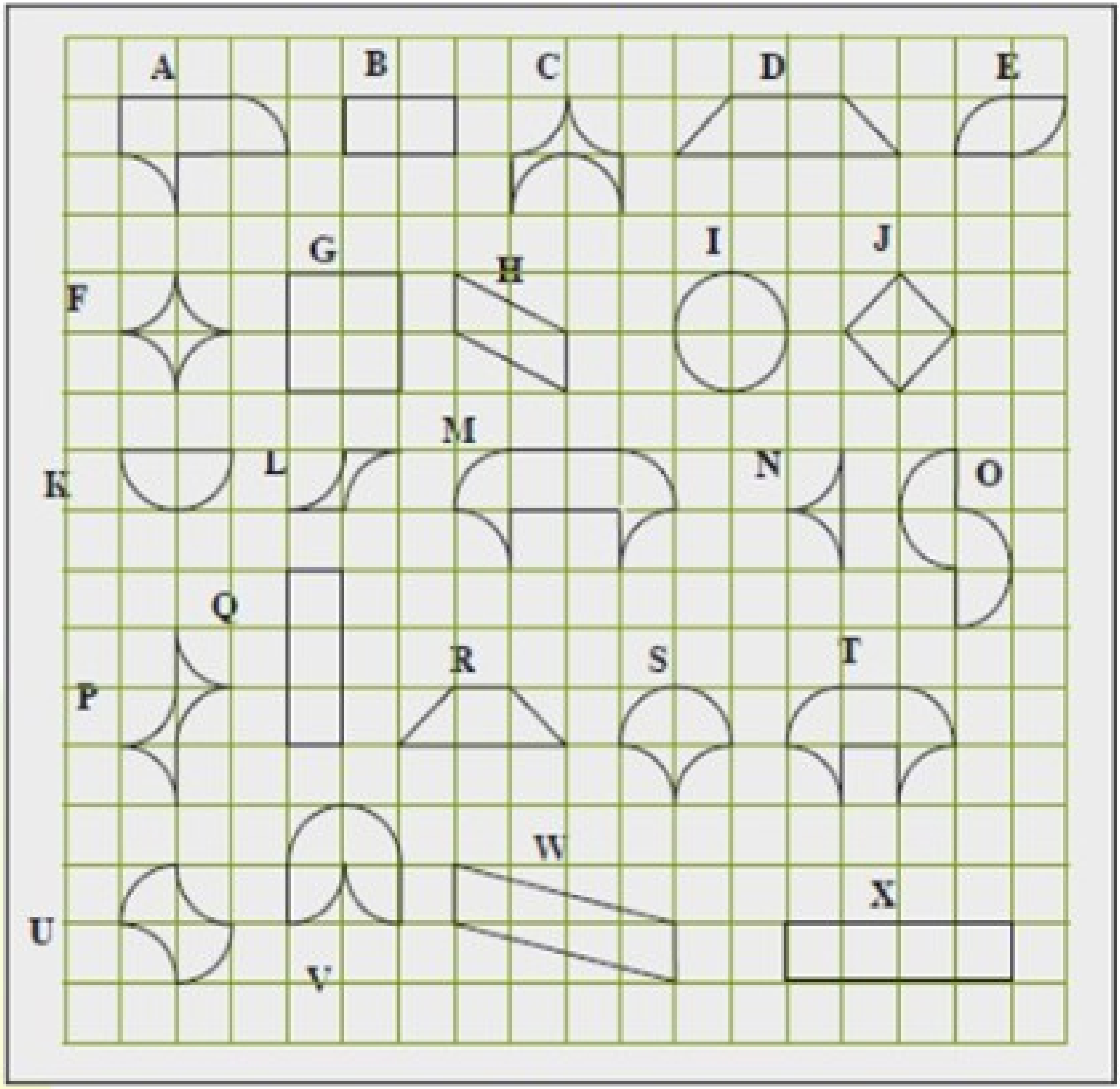


13h58
14h00

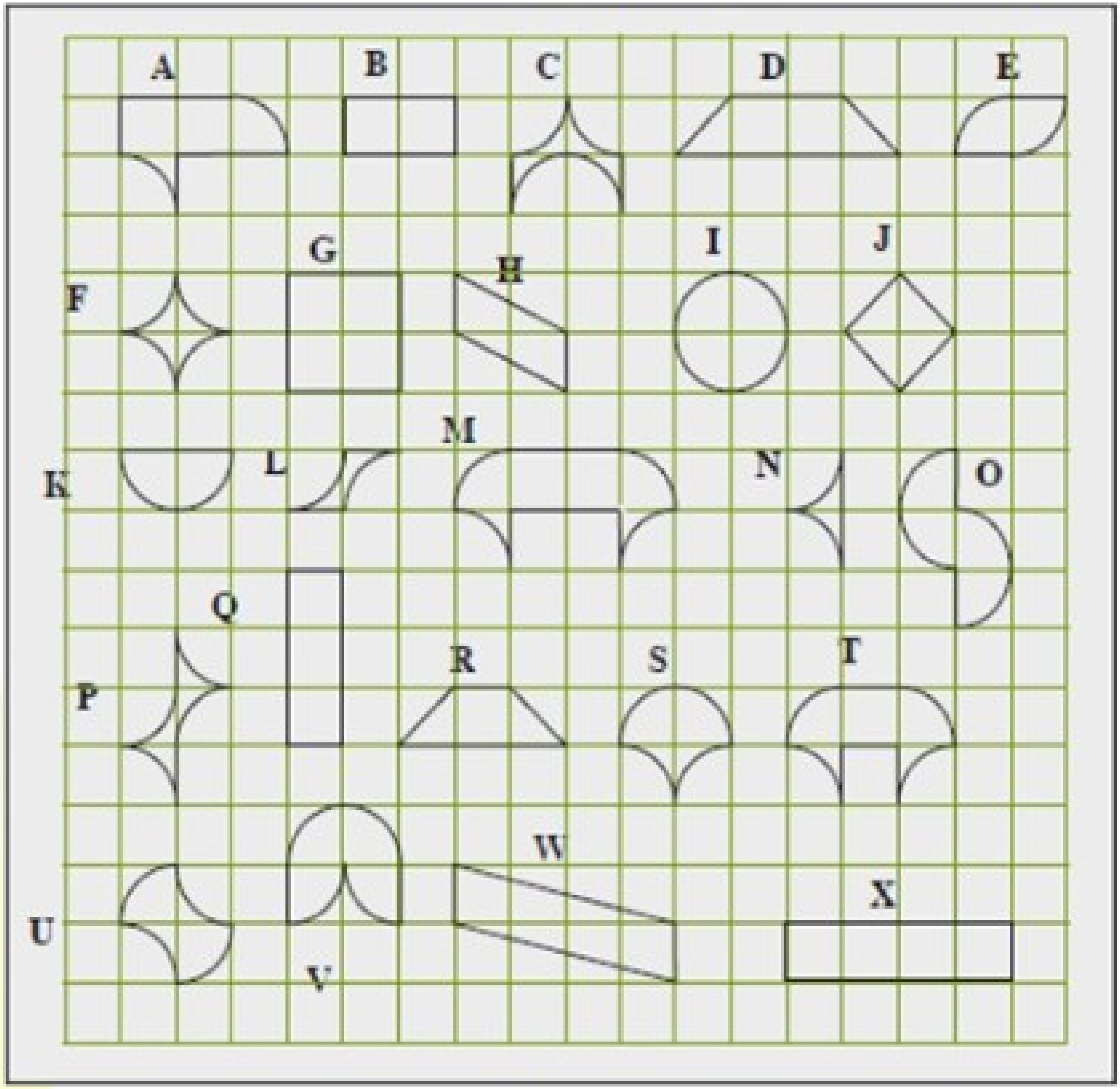
Comparer et ordonner des grandeurs



Comparer et ordonner des grandeurs



Comparer et ordonner des grandeurs



14h00
14h02

Comparer et ordonner des grandeurs

Les aires

- L'aire est une grandeur associée aux surfaces, difficile à faire percevoir et souvent confondue avec la longueur du pourtour.

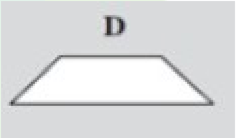
- Une première image de l'aire : deux surfaces qui ont même aire sont deux surfaces qui demandent la même quantité de papier pour être reproduites.

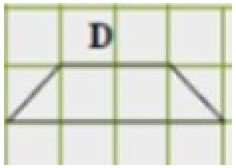
Comparer et ordonner des grandeurs

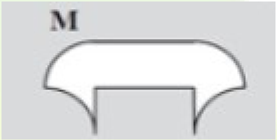
14h02
14h05

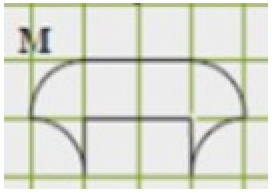
Un premier temps doit être consacré à des activités de comparaison d'aires. Il s'agit de comparer des surfaces planes selon leur étendue. Ces surfaces peuvent être soit dessinées sur une feuille de papier uni, avec la possibilité de les découper, soit matérialisées par des objets peu épais (pièces de Tangram, par exemple).

- des surfaces d'aires égales, l'égalité pouvant être vérifiée par superposition directe







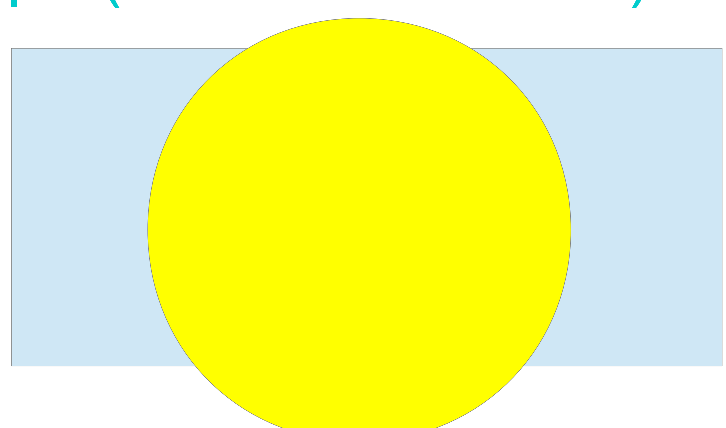


14h05
14h09

Comparer et ordonner des grandeurs

des surfaces d'aires très différentes ; la superposition (mentale ou effective) permet de constater que « l'une est beaucoup plus étendue que l'autre » ;

Les tapis de bibliothèque
Niveau CM1
Objectif : Définir la grandeur aire et la découvrir par le corps (trace sensorielle)

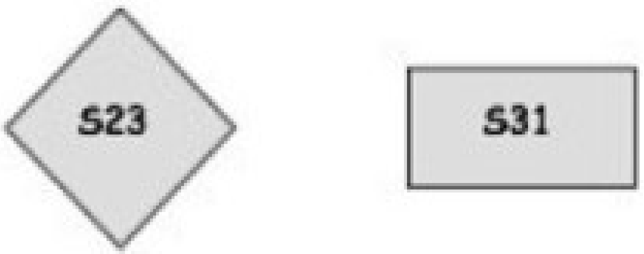


14h09
14h11

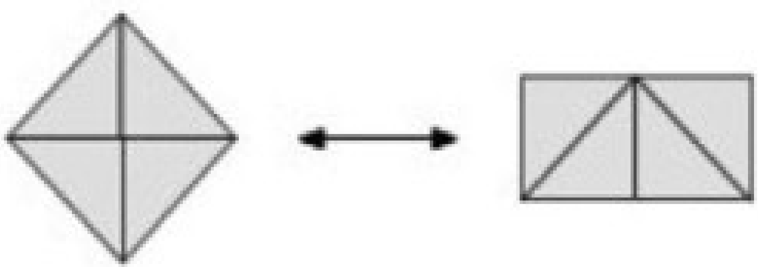
Comparer et ordonner des grandeurs

Les aires

– des surfaces d'aires égales, mais qui ne sont pas superposables directement : des découpages et des réagencements (effectifs ou mentaux) sont alors nécessaires pour constater l'égalité des aires.

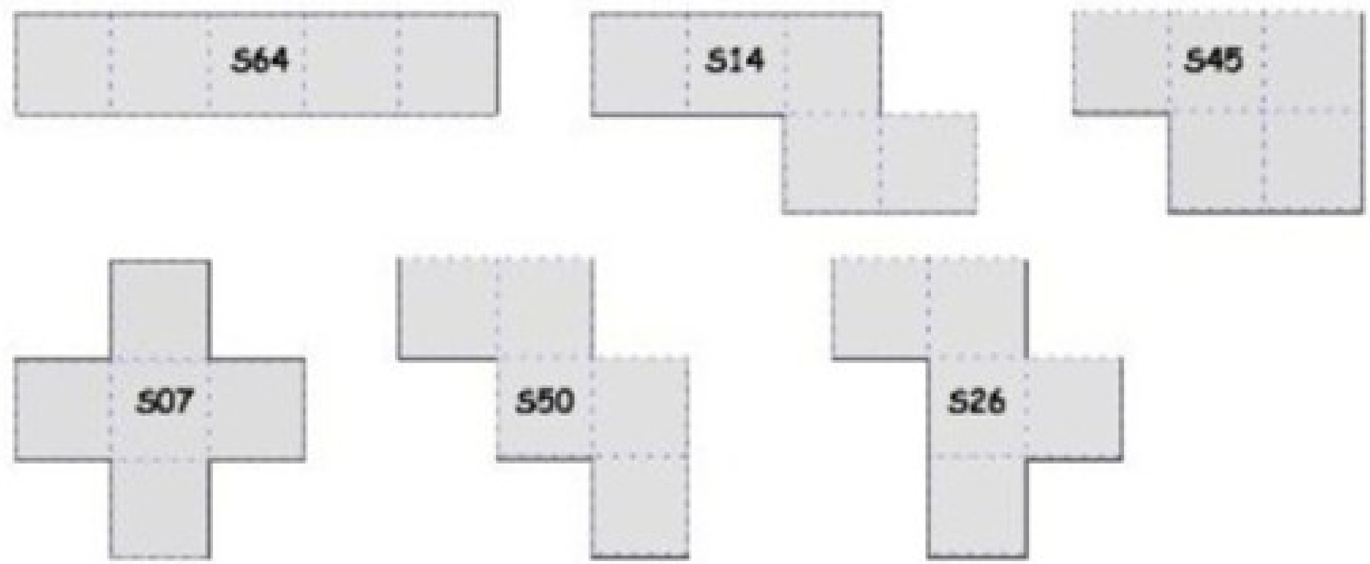


Ces deux Surfaces ont même Aire, j'utilise un"Découpage-Recollage" astucieux



14h11
14h13

Comparaison indirecte



Nos Formes sont différentes, mais nous avons même aire... nous le vérifions en décomposant en carrés et en dénombrant les "petits carrés".

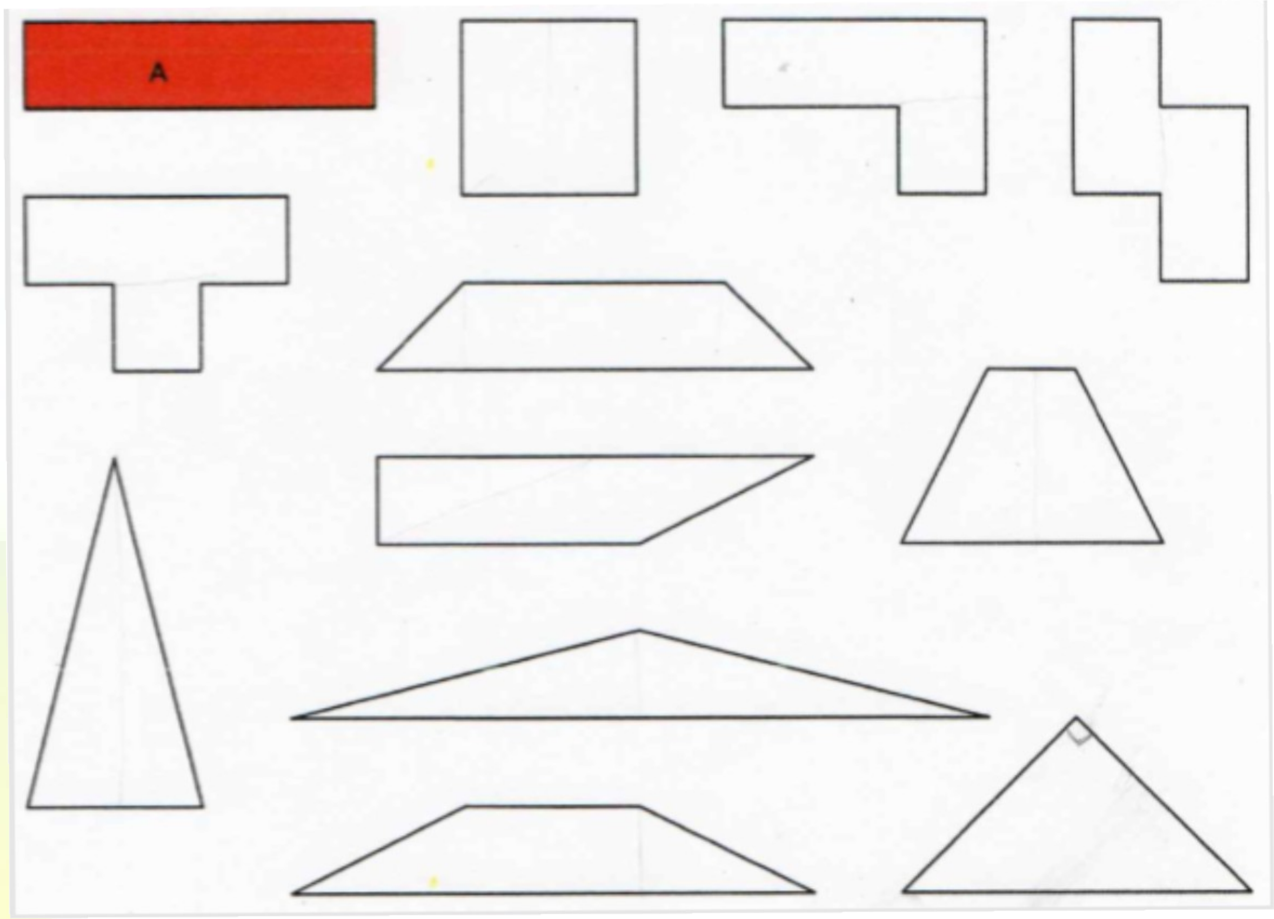
14h13
14h18

La notion de grandeur

Comparer des aires

– des surfaces d'aires égales, mais qui ne sont pas superposables directement : des découpages et des réagencements (effectifs ou mentaux) sont alors nécessaires pour constater l'égalité des aires.

Défi : en un coup de ciseau reproduire le rectangle rouge.



Pour certains passer par une représentation mentale du découpage (trait au crayon)

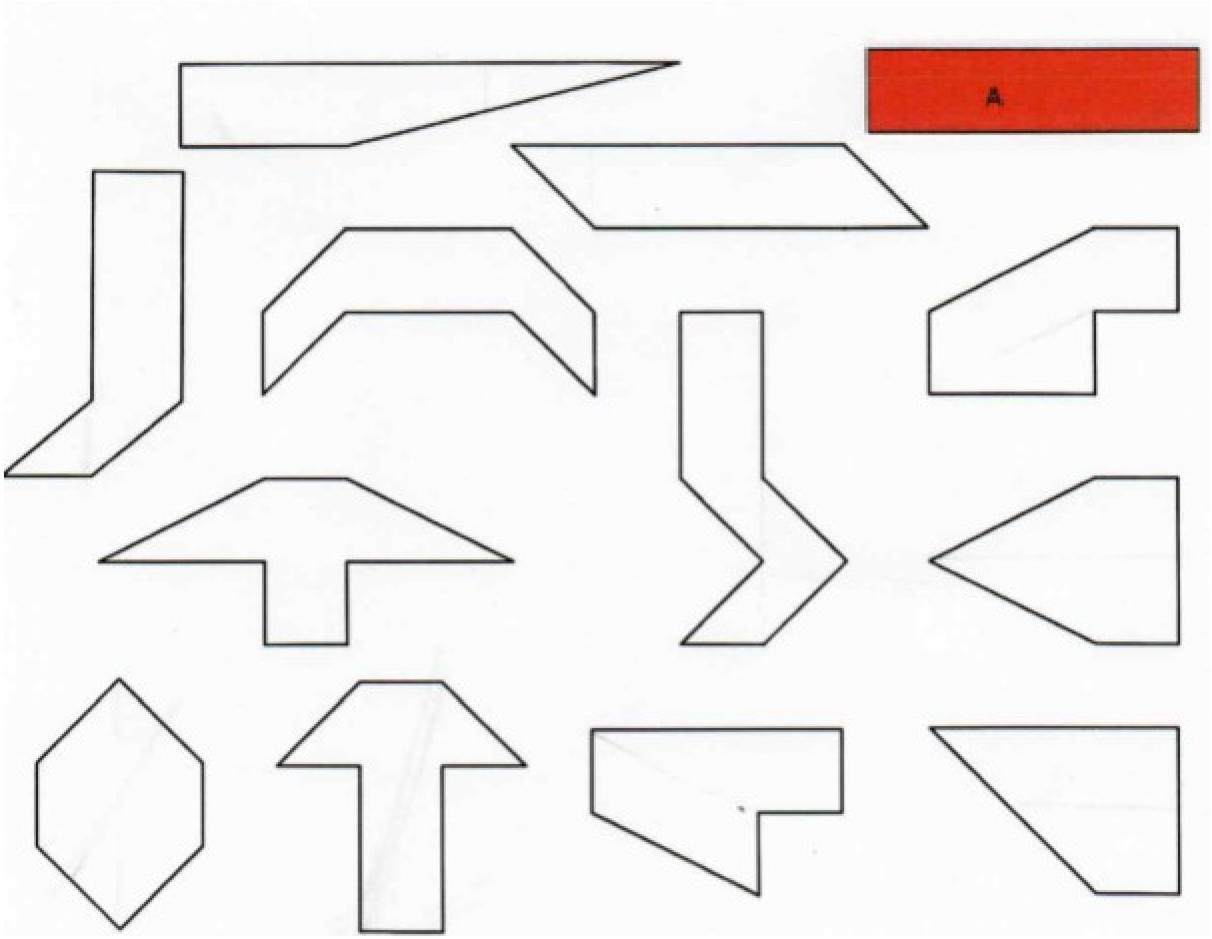
14h18
14h19

La notion de grandeur

Comparer des aires

– des surfaces d'aires égales, mais qui ne sont pas superposables directement : des découpages et des réagencements (effectifs ou mentaux) sont alors nécessaires pour constater l'égalité des aires.

Défi : en un coup de ciseau reproduire le rectangle rouge.



Pour certains passer par une représentation mentale du découpage (trait au crayon)

14h19
14h21

Production par les élèves dans une situation de communication

Permet un réinvestissement

Un réinvestissement intéressant consiste à:

- **demander aux élèves de fabriquer** , sur papier uni ou par découpage et juxtaposition avec du ruban adhésif, des surfaces de même aire qu'une surface de référence, mais ayant des formes différentes.

- **expliquer comment ils ont trouvé et pourquoi ils sont sûrs de la validité de leurs propositions.** Le travail peut se poursuivre avec des surfaces d'aire double ou triple.

Production par les élèves dans une situation de communication

Permet un réinvestissement (suite)

Pour cette activité il est bon de se limiter à des contours suivant les lignes ou les diagonales du quadrillage. Les procédures précédentes restent valables, enrichies par la possibilité de compter le nombre de carreaux « occupés » par les surfaces et de comparer les mesures en « carreaux ».

Cette procédure devient la plus efficace s'il s'agit de **transmettre par écrit, sans dessin , des informations** permettant à un autre élève de fabriquer, sur quadrillage, une surface de même aire (mais pas nécessairement de même forme) qu'une surface de référence donnée sur un quadrillage identique.

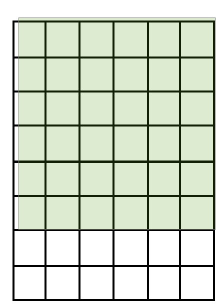
14h57

Production par les élèves dans une situation de communication

Permet un réinvestissement (suite)

MISE EN SITUATION

Fabriquer sur un quadrillage,
une surface X de même aire
(mais pas nécessairement de même forme)
qu'une surface de référence donnée sur un quadrillage identique (appelée A).



Aire A : 36 carreaux

14h21
14h24

POINTS DE VIGILANCE

Situation 1

Construire des surfaces de même aire (36 c) que celle ci dessous mais pas de même forme.

A	p = 24 c	L : 6 c l : 6 c
B	p = 74 c	L: 36 c l : 1 c
C	p = 26 c	L : 9 c l : 4 c
D	p = 40 c	L : 18 c l : 2 c
E	p = 30 c	L: 12 c l : 3 c

Quel est celui qui a le périmètre le plus petit ?

15h24
14h27

Production par les élèves dans une situation de communication

Permet un réinvestissement (suite)

L'élève qui déclare « *la surface X fait x carreaux* »

a basculé du côté de la mesure.

La conclusion de l'enseignant peut être la suivante

Si je décide que l'aire d'un carreau est 1 unité d'aire, alors je peux dire :

« La surface X mesure x unités

14h27
14h30

Ajouter des grandeurs

La masse de deux objets distincts réunis est égale à la somme des masses de chacun de ces objets

Toutes les grandeurs géométriques rencontrées au cycle 3 vérifient ces propriétés
de la même façon les longueurs de deux segments mis bout à bout,
les aires de deux surfaces qui ne se recouvrent pas ou encore deux angles adjacents .

SITUATION 1

représenter une figure ayant trois fois l'aire d'un rectangle

le raisonnement se fait sur la surface couverte sans se préoccuper du périmètre

Ajouter des grandeurs

Un des enjeux est d'enrichir le concept de grandeur notamment en abordant la notion de périmètre, en la distinguant clairement de celle d'aire d'une surface.

Ces activités, proposées avant que les unités de mesure ne soient définies contribuent à donner du sens à la grandeur étudiée

Elles peuvent être aussi proposées après l'introduction des unités pour varier les approches

Par exemple, un segment étant donné, construire un segment de longueur triple à l'aide :

- **d'un calque**
- **du compas**
- **de la règle graduée**

14h30
14h35

Découvrir des unités et mesurer des grandeurs

Au cycle 2, les mesures sont généralement déterminées à l'aide d'instruments et donc de « mesurages » (une règle pour des longueurs, une balance Roberval pour les masses, un verre gradué cylindrique et de l'eau pour les contenances, un chronomètre pour des durées

Elles peuvent aussi être le résultat d'un calcul

- durée entre deux horaires donnés,

- périmètre d'un polygone.

14h35
14h38

Découvrir des unités et mesurer des grandeurs

Au cycle 3, se continue :

- le « mesurage », rapporteur pour les angles,

Mais en plus :

- des calculs, s'appuyant sur des mesures

- des comptages (longueurs ou d'aires s'appuyant sur des quadrillages)

- des formules,

* longueur d'un cercle ;
* aire d'un triangle, d'un rectangle ou d'un disque ;
* volume d'un pavé droit.

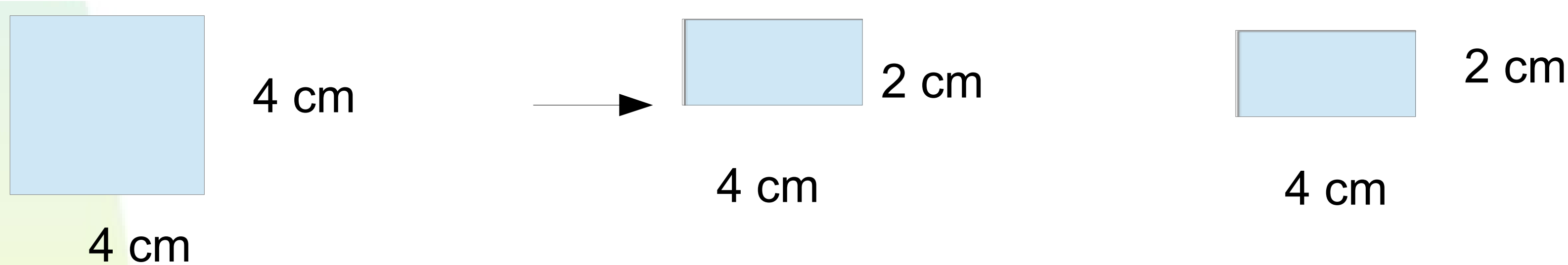
Ces activités permettent de renforcer la compréhension de ces grandeurs et la notion de mesure.

14h38
14h40

Découvrir des unités et mesurer des grandeurs

POINTS DE VIGILANCE

si on partage un carré en deux rectangles superposables, ces rectangles ont une aire deux fois plus petite, mais il n'en est pas de même pour leur périmètre, etc.



p = 16 cm

A = 16 cm²

p = 12 cm

A = 8 cm²

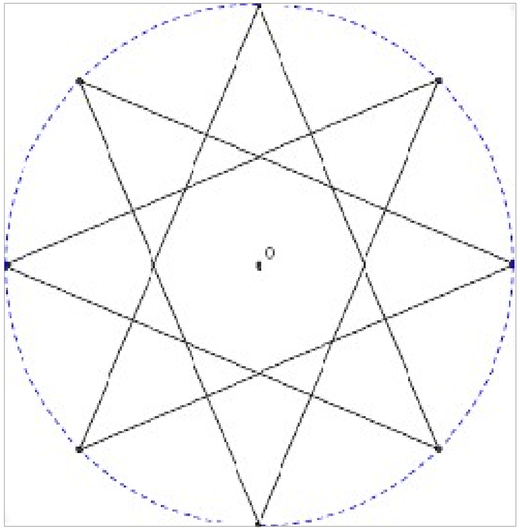
14h40
14h45

Découvrir des unités et mesurer des grandeurs

POINTS DE VIGILANCE

mesures de longueur et les mesures d'aire

- des figures découpées à superposer permettent de renforcer la compréhension de la notion d'aire et à la distinguer de celle de périmètre : une étoile à 8 branches qui s'inscrit dans un carré peut avoir une aire inférieure à celle du carré mais un périmètre plus grand .



Coté du carré 6,84 cm

Coté d'une branche 1,84 cm

Périmètre l'étoile :16x 1,84 cm = 29,44 cm

Périmètre du carré : 6,84 cm x 4= 27,36 cm

14h45
14h48

POINTS DE VIGILANCE

Erreur didactique classique (mesures de longueur et les mesures d’aire)

Si on souhaite que les élèves donnent du sens au cm ou au cm², il ne faut pas utiliser d’entrée un agrandissement au tableau :

En effet, 5 cm ou 1 cm² ne peuvent avoir une taille différente sur la feuille des élèves et au tableau.

Si pour des raisons de visibilité, un agrandissement est utilisé, cela ne peut être qu’après plusieurs manipulations

De plus cela doit être explicitement dit aux élèves : « Regardez ! J’ai moi aussi tracé un segment de 5 cm au tableau, c’est comme sur votre feuille, mais c’est trop petit pour que vous puissiez voir, je vais donc tracer un segment dix fois plus long, qui va donc mesurer 50 cm, pour que vous le voyiez bien.»

Estimer des mesures

14h48
14h51

Dès le début du cycle 3, les élèves

- continuent à travailler sur les estimations de longueurs ou de masses

- élargissant leur répertoire de mesures de référence (tonnes, kilomètres) associées à des objets ou distances moins accessibles.

- acquièrent quelques valeurs de référence pour des mesures d'aires ou de volumes (petites unités facilement « visibles » et « accessibles » : cm² : m², L,
-puis enrichissement tout au long du cycle des valeurs de référence pour de plus grandes unités : m3, ares, hectares, km², etc.

En dernière année de cycle, les élèves peuvent estimer des mesures d'angles, à dix degrés près, en s'appuyant notamment sur la mesure de l'angle droit, de l'angle de 45° et de l'angle plat.

Objectif : Avoir, lors de la résolution de problèmes, une idée a priori d'un ordre de grandeur du résultat attendu et de pouvoir avoir un regard critique devant un résultat incohérent.

14h51
14h55

Effectuer des changements d'unités

Au cours moyen,il est important que les élèves s'approprient le sens des préfixes de longueur du millimètre au kilomètre, de masse du milligramme à la tonne et de contenance du millilitre à l'hectolitre..

> Lors d'une rencontre USEP, le comité organisateur fait venir 13 hL d'eau pour que les enfants puissent se désaltérer. Combien cela représente-t-il de verres d'eau de 20 cL ?

1 hL = 100 L, donc 13 hL = 1300 L
1 L = 100 cL, donc 1300 L = 130 000 cL
130 000 cL ÷ 20 cL = 6500
On peut obtenir 6500 verres d'eau.

Ou bien : 13 hL ÷ 20 cL = 1300 L ÷ 20 cL = 13000dL ÷ 2 dL = 6 500

14h55
14h56

Effectuer des changements d'unités

Les tableaux des unités (ou tableaux de conversions) sont des outils efficaces pour institutionnaliser la suite des préfixes dès le cours moyen,

mais

les conversions s'appuyant sur les relations connues ou le sens des préfixes restent néanmoins requises,

et non

l'utilisation mécanique de tableaux de conversion.

14h56
14h58

Effectuer des changements d'unités

Les conversions sont aussi travaillées tout au long du cycle dans le cadre du calcul mental, ou du calcul en ligne :

2 m + 125 cm = 2 m + 1,25 m = 3,25 m

14h58
15h00

Effectuer des changements d'unités

L'étude d'aire de terrains (stade de foot, terrain de rugby, ...) est l'occasion d'introduire les ares et les hectares ainsi que leurs relations :

$1\ a = 100\ m^2 = 10\ m \times 10\ m$,

$1\ ha = 100\ a = 10\ 000\ m^2 = 100\ m \times 100\ m = 1\ hm^2$

15h00
15h02

Effectuer des changements d'unités

Les quelques unités de contenance rencontrées au cycle 2 (cL, dL et L) ont permis quelques changements d'unités.

Ce travail se poursuit au cours moyen avec quelques unités supplémentaires (mL, daL et hL).

Les premières formules

15h02
15h04

Au cycle 3, premières formules pour calculer les mesures de grandeurs :

- des longueurs : périmètre du carré, périmètre du rectangle, longueur du cercle ;

- des aires : aire du rectangle, du carré, du triangle, du disque ;

- des volumes : volume du cube, du pavé droit. (6e)

15h04
15h06

Les premières formules

POINTS DE VIGILANCE

- Ne limite pas la compréhension à
Associer une grandeur à une formule
sans considération pour la grandeur en question.

- Construire les formules d'aires du carré et du rectangle avec les élèves.

- Constat Les élèves de cycle 3 rencontrent souvent plus de difficultés à déterminer le périmètre d'un rectangle que celui d'un quadrilatère quelconque car il ne s'appuie plus sur les longueurs de côtés mais uniquement sur une formule qu'ils peuvent oublier ou confondre avec une autre.

15h06
15h12

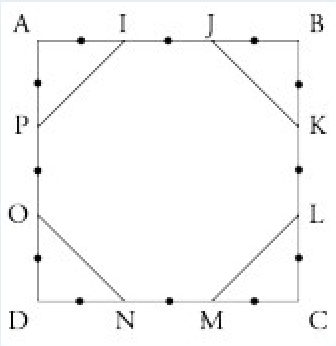
Les premières formules

Exemple

ABCD est un carré de côté 9 cm.

Les segments de même longueur sont codés.

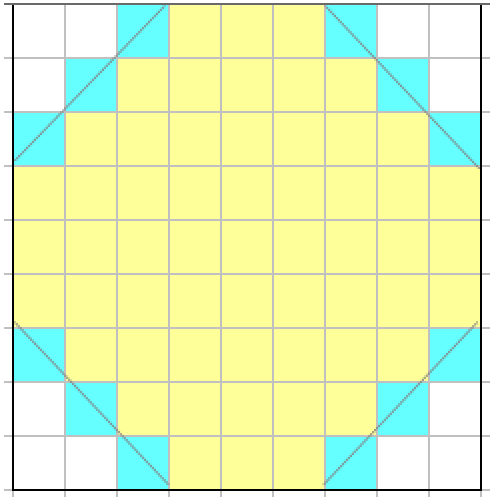
1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Calculer l'aire de l'octogone IJKLMNOP.



Le taux de réussite à cet exercice n'a été que de 15% au DNB. De nombreux élèves infèrent l'aire de ce polygone à partir de celle d'une formule connue, celle du rectangle, en multipliant les mesures des côtés : on passe de L × l à C1 × C2 × C3…

Le même problème posé en classe de CM2 a une réussite plus importante, les élèves prenant appui sur d'autres procédures : découpage et recomposition par exemple.

A=2r2√2.



81 carreaux

12 ½ carreaux = 6 carreaux

57 carreaux entiers

A = 57 cm +6 cm = 63 cm²

15h12
15h15

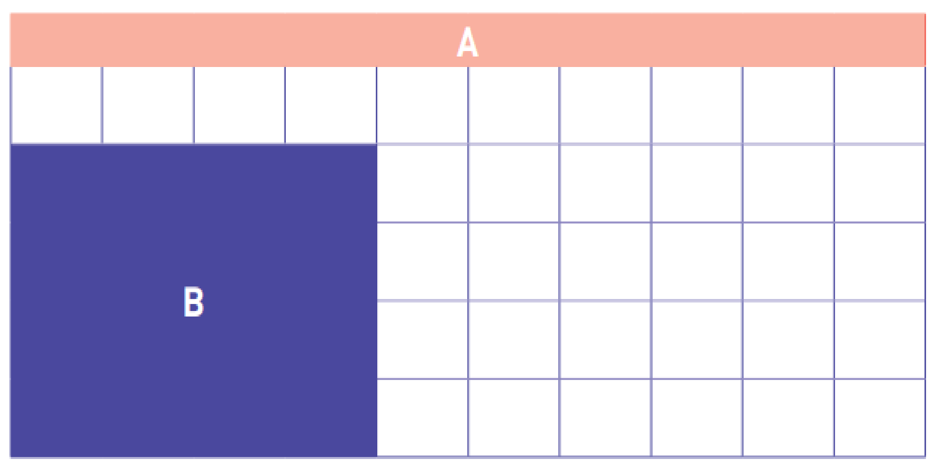
Quelques points de vigilance

Le périmètre et l'aire varient toujours dans le même sens quand on agrandit ou réduit une figure.
Par exemple un carré qui a un périmètre plus grand qu'un autre carré a également une aire plus grande.

Plus nécessairement vrai si les figures n'ont plus la même forme, qu'elles ne sont pas un agrandissement l'une de l'autre : il se peut par exemple qu'une figure B ait une aire plus grande que l'aire de la figure A mais un périmètre plus petit que celui de la figure A, comme sur la figure ci-dessous.

p(A) = (10+0,5)x2 = 21 cm

A=0,5x10= 5 cm²



p(B) = (4+ 4) x2 = 16 cm

A = 4x4 =16 cm²

Le fait que l'aire et le périmètre varient en sens contraire va généralement à l'encontre de l'intuition, pour les élèves mais aussi parfois pour les adultes.

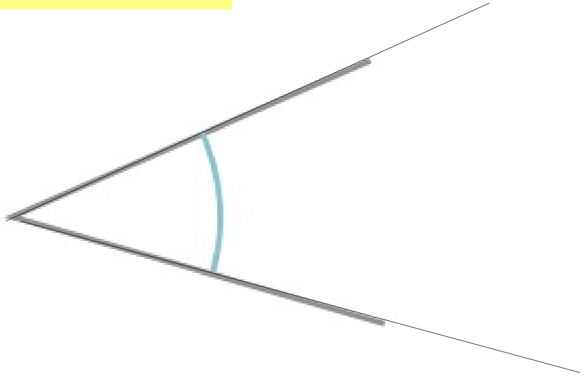
15h15
15h20

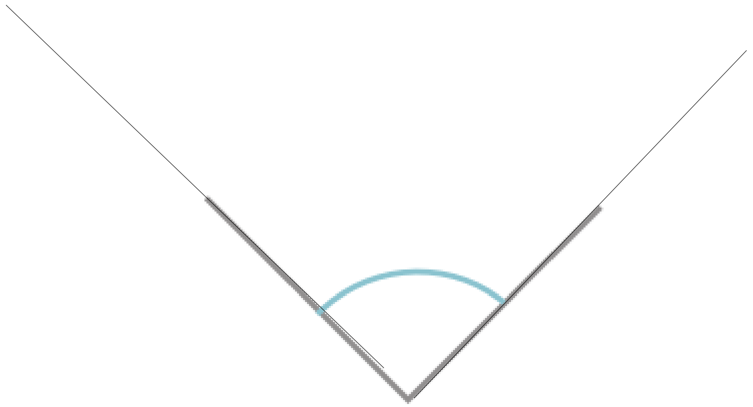
Quelques points de vigilance

Les angles

Au cycle 3, la notion d'angle peut être abordée comme « l'ouverture » définie par deux demi-droites de même origine.

Les élèves doivent comprendre que l'angle ne change pas lorsque l'on prolonge ces demi-droites alors que visuellement la portion de plan définie est différente.





15h20
15h25

Grandeurs et mesures au cycle 3

Réinvestissement au niveau de la classe

Dans sa classe (2h + 1h de préparation)

3 ou 4 séances

15 à 20 mn

Notions de périmètre et d'aire.

15h25
15h27

Grandeurs et mesures au cycle 3

Réinvestissement au niveau de la classe

Objectif : avoir un retour de pratiques

éduscol Informer et accompagner les professionnels de l'éducation
CYCLES 2 3 4
> MATHÉMATIQUES
Grandeurs et mesures

EDUSCOL

Ressources d'accompagnement du programme de mathématiques (cycle 3)

Grandeurs et mesures au cycle 3

P 10

Exemple de situation d'apprentissage

Une séance sur les périmètres et les aires de rectangles pour éviter de confondre les deux grandeurs et comprendre qu'elles ne sont pas liées : deux rectangles peuvent avoir le même périmètre mais des aires différentes.

15h27
15h29

Grandeurs et mesures au cycle 3

Réinvestissement au niveau de la classe

Supports

Déroulé des séances

Comment analyser les démarches et les réalisations des élèves

Remédiations possibles

15h30

BONNE FIN D'APRES MIDI
A TOUS ET RDV
MERCREDI 29 AVRIL 2020
A L'**ECOLE BUFFON**
POUR
G1 13h30 14h30
G2 14h45 15h45